

## ОТЗЫВ

о диссертации Галии Рифкатовны Талиповой "Подпоследовательности нулей целых функций экспоненциального типа и полнота систем экспонент на интервале", представленной на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ

Диссертационная работа посвящена изучению двух связанных между собой задач: исследованию поведения нулей целых функций экспоненциального типа и задачам полноты систем экспонент в различных функциональных пространствах. Каждая из этих классических задач имеет богатую многолетнюю историю. Систематическое изучение поведения нулей целых функций началось еще в 19-м веке и связано с именами К. Вейерштрасса, Ж. Адамара и А. Пуанкаре. В 20-м веке этот вопрос изучали многие известные математики, такие как С.Бернштейн, Н.Винер и Р.Пэли, Р.Редхеффер, Н.Левинсон, Б.Левин, А.Леонтьев, Н.Никольский, Б.Павлов и т.д. Эта задача привлекает математиков и в наши дни. В 21-м веке ей занимались К. Сейп, Ю. Любарский, А.Полторацкий, Н.Макаров, А.Боричев, Б.Хабибуллин, А.Баранов и многие другие известные специалисты.

Задача о поведении нулей целых функций имеет богатые связи с другими разделами анализа (например, теория операторов) и математической физики (спектральная теория дифференциальных операторов). Полнота систем из экспонент - важный частный случай общей задачи о распределении нулей целых функций экспоненциального типа, относящийся к классам целых функций со специальным поведением на вещественной оси (пространства Пэли-Винера, пространства Бернштейна). Теорема Берлинга-Мальягина о радиусе полноты системы из экспонент - один из самых глубоких и красивых результатов в гармоническом анализе 20-го века.

Основной объект диссертационного исследования – целые функции конечного экспоненциального типа,

$$\limsup_{z \rightarrow \infty} \frac{\log |f(z)|}{|z|} \leq \sigma < \infty,$$

обладающие специальным поведением на вещественной оси (например,  $f \in L^\infty(\mathbb{R})$ ).

Перейдем к обзору содержания диссертации. Глава 1 (Введение) содержит подробный исторический обзор предшествующих результатов и все необходимые обозначения. В конце главы автором сформулирован важнейший частный случай основного результата (Теорема 1.3).

Глава 2 посвящена изучению нулей целых функций из класса Бернштейна. Основной результат главы (теорема 2.1) содержит (в неявной форме) полное описание нулей функций из класса Бернштейна. Это эквивалентное описание существенно дополняет предыдущие результаты такого рода. Также глава 2 содержит смежный результат

1

про полноту систем из экспонент в функциональных пространствах на отрезке ( $C(I)$ ,  $L^p(I)$ ). В конце главы автор указывает на связи его результатов с другими известными теоремами о полноте.

Глава 3 содержит обобщение результатов главы 2 на более широкие классы целых функций. Основной результат главы дает отдельно необходимые и отдельно достаточные условия на распределение нулей целых функций из соответствующего класса. Однако надо отметить, что эти условия близки друг к другу. Таким образом, описание почти полное. Доказательство основного результата существенно опирается на результаты Т. Байгускарова.

Все основные результаты диссертации новые, часто обобщают известные результаты по теме диссертации. Все утверждения строго доказаны и снабжены примерами, показывающими связь с результатами других авторов. Это позволяет надеяться на то, что результаты диссертации приведут к дальнейшим исследованиям в этой области.

Автореферат полно и правильно отражает содержание диссертации и хорошо объясняет идеи доказательства.

Основные результаты автора опубликованы в 3 работах в ведущих российских рецензируемых журналах из списка ВАК и в тезисах и трудах 11 конференций.

Имеются некоторые замечания. Это некоторое количество описок и опечаток. Следует отметить, что связи результатов диссертации с результатами Н. Макарова и А. Полторацкого о полноте не до конца прояснена. Также хотелось бы, чтобы в диссертации было больше конкретных примеров применений критериев полноты/неполноты для систем из экспонент. Отмеченные погрешности, частью субъективного характера, несущественны и не влияют на общую оценку значимости и актуальности результатов автора диссертации.

Диссертация Г. Р. Талиповой соответствует предписаниям пункта 7 "Положения о порядке присуждения ученых степеней".

Считаю, что диссертация Галии Рифкатовны Талиповой "Подпоследовательности нулей целых функций экспоненциального типа и полнота систем экспонент на интервале" удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к кандидатским диссертациям по физико-математическим наукам, а ее автор, Галия Рифкатовна Талипова, безусловно заслуживает присуждения ей ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.01 - вещественный, комплексный и функциональный анализ.

04 сентября 2016г.

Кандидат физико-математических наук,  
доцент по направлению "Математика" СПбГУ,  
Санкт-Петербургский государственный университет,  
Университетская наб., 7-9, Санкт-Петербург,  
E-mail: y.belov@spbu.ru, Тел. +7-905-230-59-76.

Белов Ю.С.



2

Документ подготовлен  
в порядке исполнения  
трудовых обязанностей

09.09.2016